

# 102 學年度臺中市國民中小學科學展覽會 作品說明書

科 別：數學科

組 別：國中組

作品名稱：決勝 21 點—I want to be a winner.

關 鍵 詞：機率、算牌、21 點

編 號：



# 決勝 21 點—I want to be a winner.

## 摘要

因電影『決勝 21 點』精彩的內容，及作家唐宏安的經驗分享，引起我們對 21 點賭局的興趣，進而搜尋了相關資料，進行模擬並記錄出現的撲克牌組合點數。

試圖尋找對玩家最有利進場下注的時機，規畫了五個不同的補牌策略，進行嘗試。

所有的策略皆反映出牌型標記  $T>0$  時，獲勝率優於牌型標記  $T<0$  的情形，也說明當撲克牌點數小的牌釋出後，檯面上點數大的牌為多時，莊家易產生爆牌的情形，使得玩家獲勝的機率提高。

總之，想成為大贏家必須在對的時機進場加注，要做有分析的賭博才是投資。

## 壹、研究動機：

某一天，我打開了電視，剛好轉到了電影頻道，一場精彩萬分的賭局，吸引了我的目光。我認真的看完整部片，玩家與莊家之間為了面子、為了自己的夢想基金，利用「算牌」的方法，精密的計算賭局的機率及研發各種暗號，賭遍了整個拉斯維加斯賭場，賺進大筆財富。這就是紅遍全球的美國電影---『決勝 21 點』。

人們常說電影的一切都是誇大不實、虛擬的，但一次意外的轉到某個談話節目，才驚訝的發現這一切都是真的！

知名女作家唐宏安分享她的賭場經驗，說著她在賭場中完全利用電影中「算牌」的方式贏得 200 多萬，並且被賭場列為黑名單，真是讓我大開眼界！原來主角間精密的互動，能真真實實的呈現在生活上，更讓我想深入瞭解這其中的神奇機密。



「算牌」是甚麼方法?能夠提升多少獲勝的機率?是甚麼計算方式能讓人毫無察覺的秘密進行一切?為了一解這些疑問，於是我們決定一探究竟，著手進行研究。

## 貳、研究目的：

為了了解 21 點賭局中哪些情況下對玩家 C 有利，我們參著『決勝 21 點』影片中算牌方式：撲克牌點數 2, 3, 4, 5, 6 標記為『+1』；而撲克牌點數 10, J, Q, K, A 則標記為『-1』,其餘的撲克牌點數 7, 8, 9 標記為『0』來模擬 21 點賭局中的各種算牌牌型情境。

例如：一場賭局中已出現過的牌有： $\clubsuit 2$ 、 $\diamond 3$ 、 $\heartsuit 10$ 、 $\spadesuit 5$ 、 $\clubsuit 7$ 、 $\diamond J$ 、 $\heartsuit 9$ 、 $\spadesuit 5$ ，則 $\clubsuit 2$ 、 $\diamond 3$ 、 $\spadesuit 5$ 皆屬標記『+1』， $\heartsuit 10$ 、 $\diamond J$ 則屬標記『-1』，而 $\clubsuit 7$ 、 $\heartsuit 9$ 是屬標記『0』，

此時“ $\clubsuit 2$ 、 $\diamond 3$ 、 $\heartsuit 10$ 、 $\spadesuit 5$ 、 $\clubsuit 7$ 、 $\diamond J$ 、 $\heartsuit 9$ 、 $\spadesuit 5$ ”的牌型標記

則計為  $1+ 1 - 1+ 1+ 0 - 1+ 0+ 1=2$ ，

我們用『T』來表示牌型標記，當計算後得  $T>0$  時，也就代表點數為 2~6 的撲克牌用掉的較多，而此時檯面上未出現的撲克牌點數將會是 10~A 為多。

我們利用事先取走 20 張撲克牌來製造不同的牌型組合，以模擬真實賭局進行中的狀況，再依不同補牌策略來了解對玩家獲勝的可能情形。實驗過程中對每種牌型標記 T 進行 100 次紀錄來計算玩家可能贏牌的機率，並了解在什麼時候是玩家最好進場加大注的好時機。

參、研究設備及器材：

撲克牌、紀錄表、電腦、Excel 軟體

肆、研究過程及方法

一、21 點的玩法：

得到的牌合計點數最接近 21 點者獲勝。如果點數超過 21 點就算輸（爆牌）。

(一)點數的計算

2 點至 10 點的牌以牌面的點數計算，J、Q、K 每張為 10 點。A 可記為 1 點或為 11 點，若玩家會因 A 而爆牌則 A 可算為 1 點。

分數	牌面
1 或 11 點	
10 點	
2~9 分別 = 2~9 點	

(二)限制

莊家在取得 17 點之前必須要牌。

(三)輸贏的判斷

每位玩家的目的是要取得最接近 21 點數的牌來擊敗莊家，但同時要避免爆牌。要注意的是，若玩家爆牌在先即為輸，就算隨後莊家爆牌也是如此。若玩家和莊家擁有同樣點數，這樣的狀態稱為「push」，玩家和莊家皆不算輸贏。每位玩者和莊家之間的遊戲都是獨立的，因此在同一局內，莊家有可能會輸給某些玩家，但也同時擊敗另一些玩家。

若莊家的牌為 21 點 (blackjack)，則所有的玩家即時算輸，將損失第一筆賭注籌碼，除非玩者本身也是 21 點，或形成同點數的 push 狀況。(在某些美國的賭場，莊家採用歐式的規則，在全部玩家都出手前不會先去確認暗牌。在這樣的情況下，當莊家的牌揭開後為 21 點時，則所有沒有 21 點的玩家算輸。)

兩張牌點數相加為 21 (一張 A 再加一張價值 10 點的牌) 稱為「21 點」(blackjack)，擁有這副牌的玩家即自動成為贏家 (除非莊家也同時持有 21 點，這種點數相同的情形就稱為 push)。

【資料節錄自網站：廿一點·維基百科，自由的百科全書】

## 二、研究方法：

### (一)定義：

- 1.牌型標記 T：模擬賭局進行中，為了掌控檯面上撲克牌狀況，玩家 C 需有算牌的動作，而欲先取走部分撲克牌以代表賭局中已使用過的牌。我們依下表製造不同牌型組合作討論，用取走的撲克牌標記和定義為牌型標記 T。
- 2.牌型組合：將一副牌(52 張)固定取走 20 張牌，以剩下的 32 張牌進行試驗，不同的牌型標記 T 代表著不同的 32 張牌型組合。  
例如：牌型標記 T=18，代表著將一副牌(52 張)取走 4 張 2、4 張 3、4 張 4、4 張 5、3 張 6 及 1 張 K 之後剩下的 32 張牌。因此 T 越大代表剩下 32 張牌的大牌越多，T 越小代表剩下 32 張牌的大牌越少。

牌型 標記 T	牌型組合(事先取走的 20 張撲克牌)																			
20	2	2	2	2	3	3	3	3	4	4	4	4	5	5	5	5	6	6	6	6
18	2	2	2	2	3	3	3	3	4	4	4	4	5	5	5	5	6	6	6	K
16	2	2	2	2	3	3	3	3	4	4	4	4	5	5	5	5	6	6	K	K
14	2	2	2	2	3	3	3	3	4	4	4	4	5	5	5	5	6	K	K	K
12	2	2	2	2	3	3	3	3	4	4	4	4	5	5	5	5	K	K	K	K
10	2	2	2	2	3	3	3	3	4	4	4	4	5	5	5	Q	K	K	K	K
8	2	2	2	2	3	3	3	3	4	4	4	4	5	5	Q	Q	K	K	K	K
6	2	2	2	2	3	3	3	3	4	4	4	4	5	Q	Q	Q	K	K	K	K
4	2	2	2	2	3	3	3	3	4	4	4	4	Q	Q	Q	Q	K	K	K	K
2	2	2	2	2	3	3	3	3	4	4	4	J	Q	Q	Q	Q	K	K	K	K
0	2	2	2	2	3	3	3	3	4	4	J	J	Q	Q	Q	Q	K	K	K	K
-2	2	2	2	2	3	3	3	3	4	J	J	J	Q	Q	Q	Q	K	K	K	K
-4	2	2	2	2	3	3	3	3	J	J	J	J	Q	Q	Q	Q	K	K	K	K
-6	2	2	2	2	3	3	3	10	J	J	J	J	Q	Q	Q	Q	K	K	K	K
-8	2	2	2	2	3	3	10	10	J	J	J	J	Q	Q	Q	Q	K	K	K	K
-10	2	2	2	2	3	10	10	10	J	J	J	J	Q	Q	Q	Q	K	K	K	K
-12	2	2	2	2	10	10	10	10	J	J	J	J	Q	Q	Q	Q	K	K	K	K

-14	2	2	2	A	10	10	10	10	J	J	J	J	Q	Q	Q	Q	K	K	K	K
-16	2	2	A	A	10	10	10	10	J	J	J	J	Q	Q	Q	Q	K	K	K	K
-18	2	A	A	A	10	10	10	10	J	J	J	J	Q	Q	Q	Q	K	K	K	K
-20	A	A	A	A	10	10	10	10	J	J	J	J	Q	Q	Q	Q	K	K	K	K

### 3.補牌策略：玩家補牌的規則

A 策略：玩家不補牌的保守玩法。

B 策略：玩家要補牌至 12 點以上即停止要牌的情況。

C 策略：玩家要補牌至 14 點以上即停止要牌的情況。

D 策略：玩家與莊家遵守一樣的規定需補牌至 17 點以上即停止要牌的情況。

E 策略：當莊家檯面上撲克牌為 2、3、4、5、6，則玩家點數拿超過 13 點即可，當莊家檯面上撲克牌為 7、8、9、10、A，玩家點數最好拿到 17 以上。

【參考網路資料—[心得] PLAYLAND 博樂網~黑傑克 21 點致勝手札】

### (二)實驗設計：

使用 21 種不同的牌型(牌型標記 T= - 20~20)進行實驗，並規定莊家必須補牌達 17 點以上，而玩家分別使用 5 種不同補牌策略進行遊戲，每一種情形進行 100 次實驗，記錄玩家與莊家所有牌的點數，以計算玩家獲勝的機率 P。

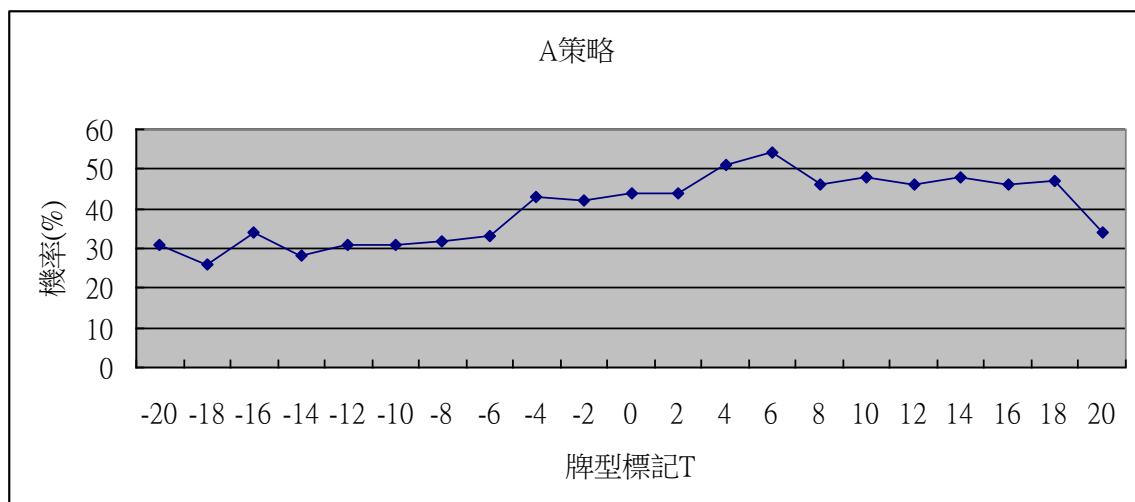
### 伍、研究結果：

#### 一、 A 策略：玩家不補牌 獲勝的機率 P <100 次的紀錄>

##### (一) 數據統計表

標記 T	-20	-18	-16	-14	-12	-10	-8	-6	-4	-2	0
機率 P	31%	26%	34%	28%	31%	31%	32%	33%	43%	42%	44%
標記 T	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	
機率 P	44%	51%	54%	46%	48%	46%	48%	46%	47%	34%	

##### (二) 數據折線圖



(三) 數據分析

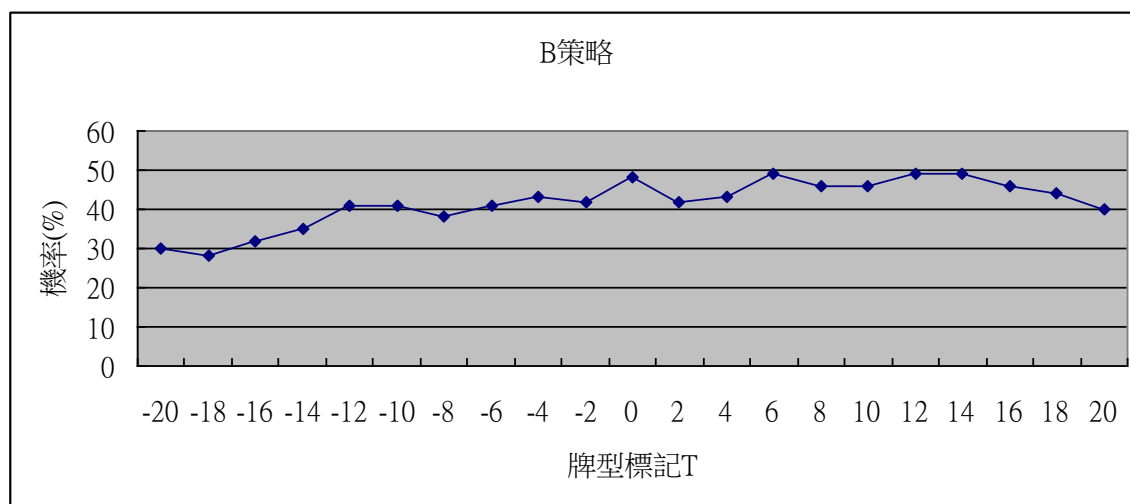
- 1.當標記 T >0 時的獲勝率 大於 標記 T <0 時的獲勝率
- 2.玩家獲勝機率 P 最高在標記 T=6，此時 P=54%；獲勝機率最低在標記 T= - 18，此時 P=26%，相差 28%。而當 T=4~16 玩家獲勝機率 P 較大，對玩家較有利；而 T= - 20~- 6 時，玩家獲勝機率 P 較小，對莊家較有利。

二、 B 策略：玩家補牌至 12 點以上止，獲勝的機率<100 次的紀錄>

(一) 數據統計表

標記 T	-20	-18	-16	-14	-12	-10	-8	-6	-4	-2	0
機率 P	30%	28%	32%	35%	41%	41%	38%	41%	43%	42%	48%
標記 T	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	
機率 P	42%	43%	49%	46%	46%	49%	48%	46%	44%	40%	

(二) 數據折線圖



(三)數據分析

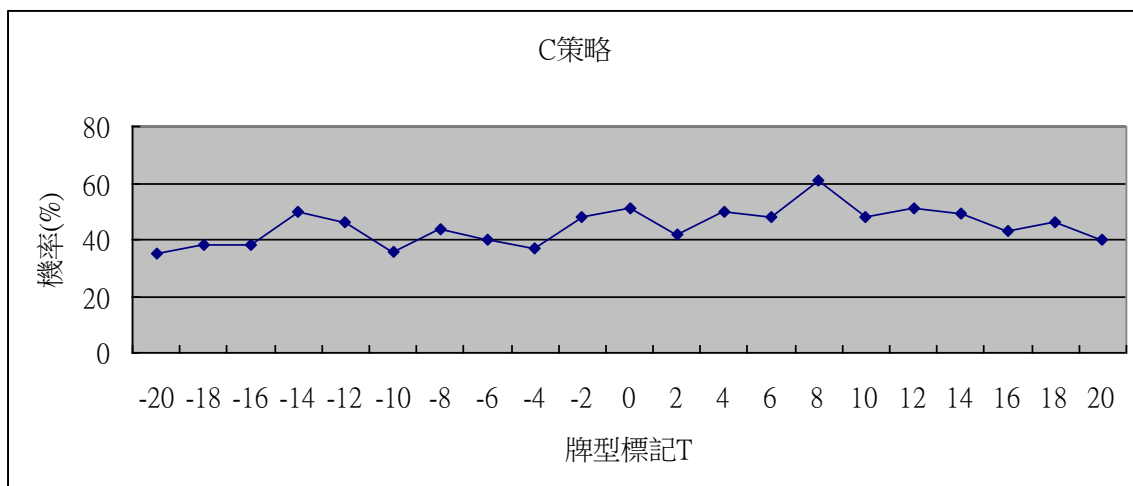
1. 當標記 T >0 時的獲勝率 大於 標記 T <0 時的獲勝率
2. 玩家獲勝機率 P 最高在標記 T=6 及 T=9，此時 P=49%；獲勝機率最低在標記 T= - 18，此時 P=28%，相差 21%。而當 T= 6~16 玩家獲勝機率 P 較大，對玩家較有利；而 T= - 20~- 8 及 T=20 時，玩家獲勝機率 P 較小，對莊家較有利。

三、 C 策略：玩家補牌至 14 點以上止，獲勝的機率<100 次的紀錄>

(一) 數據統計表

標記 T	-20	-18	-16	-14	-12	-10	-8	-6	-4	-2	0
機率 P	35%	38%	38%	50%	46%	36%	44%	40%	37%	48%	51%
標記 T	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	
機率 P	42%	50%	48%	61%	48%	51%	49%	43%	46%	44%	

(二) 數據折線圖



(三)數據分析

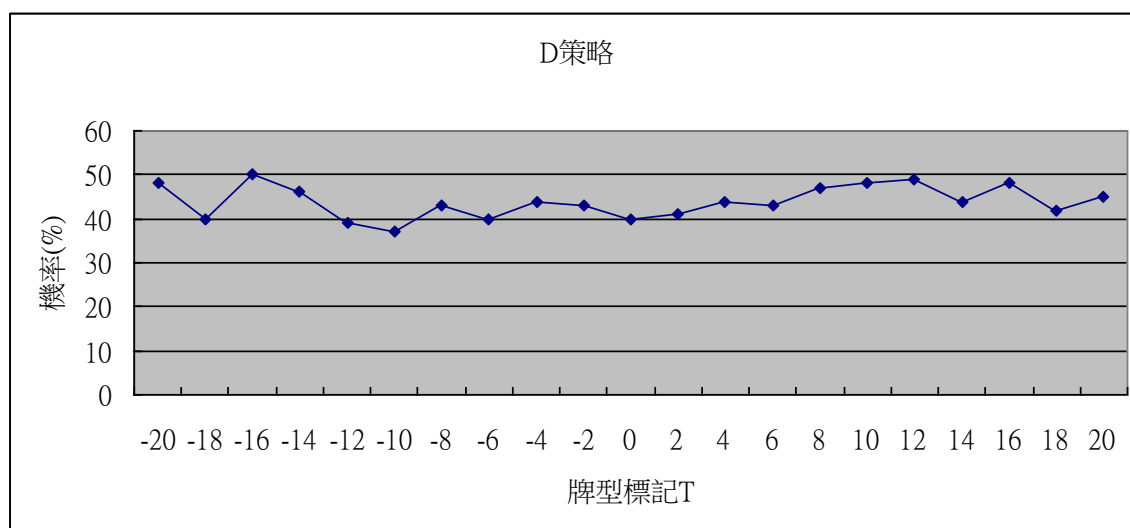
1. 當標記  $T > 0$  時的獲勝率 普遍高於 標記  $T < 0$  時的獲勝率
2. 玩家獲勝機率  $P$  最高在標記  $T=8$ ，此時  $P=61\%$ ；獲勝機率最低在標記  $T=-20$ ，此時  $P=35\%$ ，相差  $26\%$ 。而當  $T=4\sim 14$  玩家獲勝機率  $P$  較大，對玩家較有利；而  $T=-20\sim -16$  時，玩家獲勝機率  $P$  較小，對莊家較有利。

四、 D 策略：玩家補牌至 17 點以上止，獲勝的機率<100 次的紀錄>

(一) 數據統計表

標記 T	-20	-18	-16	-14	-12	-10	-8	-6	-4	-2	0
機率 P	48%	40%	50%	46%	39%	37%	43%	47%	44%	43%	40%
標記 T	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	
機率 P	41%	44%	43%	47%	48%	49%	44%	48%	42%	45%	

(二) 數據折線圖



(三)數據分析

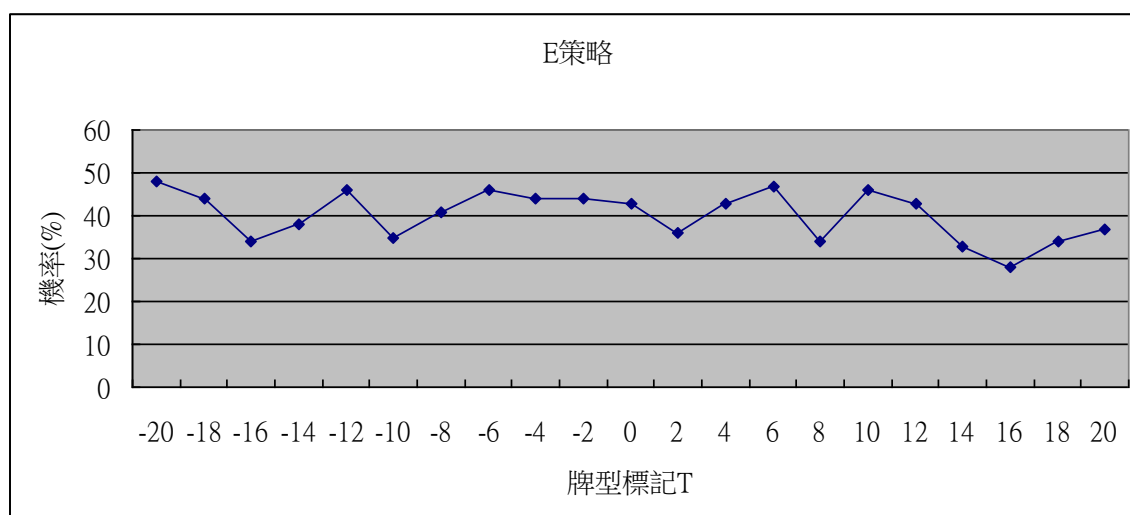
1.  $T > 0$  的牌型標記中， $P > 40\%$ 的標記個數有 10 個，而  $T < 0$  的情形中只有 8 個。
2. 玩家獲勝機率  $P$  最高在標記  $T = -16$ ，此時  $P = 50\%$ ；獲勝機率最低在標記  $T = -10$ ，此時  $P = 37\%$ ，相差 13%。而當  $T = 8 \sim 16$  玩家獲勝機率  $P$  較大，對玩家較有利；而  $T = -12 \sim -6$  時，玩家獲勝機率  $P$  較小，對莊家較有利。

五、 E 策略：當莊家檯面上撲克牌為 2、3、4、5、6，則玩家點數拿超過 13 點即可，當莊家檯面上撲克牌為 7、8、9、10、A，玩家點數最好拿到 17 以上，獲勝的機率<100 次的紀錄>

(一) 數據統計表

標記 T	-20	-18	-16	-14	-12	-10	-8	-6	-4	-2	0
機率 P	48%	44%	34%	38%	46%	35%	41%	46%	44%	44%	43%
標記 T	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	
機率 P	36%	43%	47%	34%	46%	43%	33%	28%	34%	37%	

(二)數據折線圖



(三)數據分析

1. 機率  $P$  與牌型標記  $T$  並無明顯關係與趨勢，數據呈現不穩定
2. 玩家獲勝率最高在  $T(-20)$ ，此時  $P = 48\%$ ；玩家獲勝率最低在  $T(16)$ ，此時  $P = 28\%$ ，高低獲勝率相差 20%。



## 陸、討論與結論：

### 一、整體分析

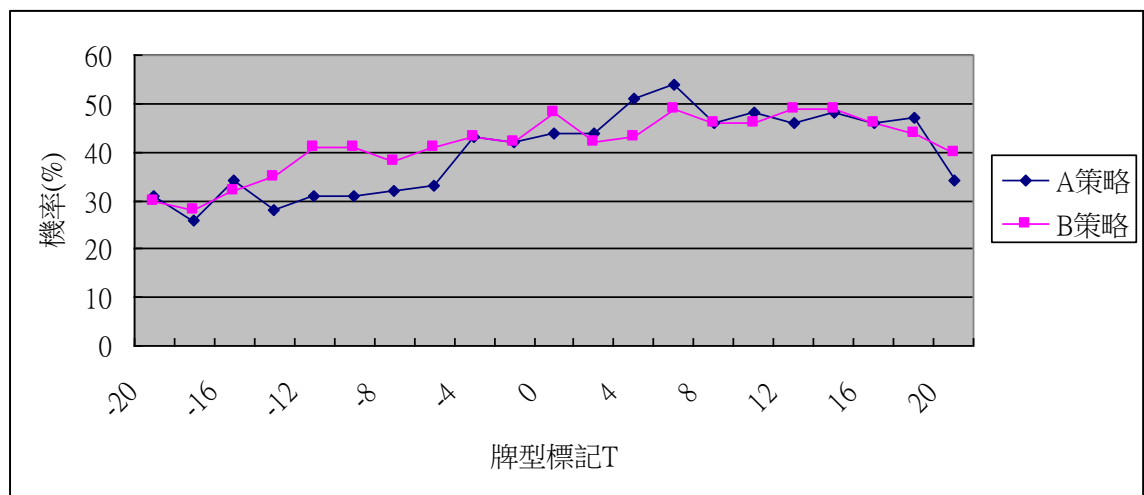
(一).綜合以上 A、B、C、D、E 五種玩家補牌策略的分析，當  $T > 0$  時，也就是點數小的牌釋出，檯面上的撲克牌點數大的為多，這時莊家較易拿到大牌而使得點數過大而爆牌，令玩家獲勝機率  $P$  提升，反過來說，當  $T < 0$  時，也就是點數大的牌釋出，檯面上的撲克牌點數小的為多，令玩家獲勝機率  $P$  下降。

(二).再透過觀察，五種策略普遍可得到玩家在  $T=6\sim 12$  的情形下，獲勝機率相對較高，為最佳的進場時機； $T=-20\sim -10$  的情形，獲勝機率低，則建議不要進場。

### 二、五種補牌策略間的差異

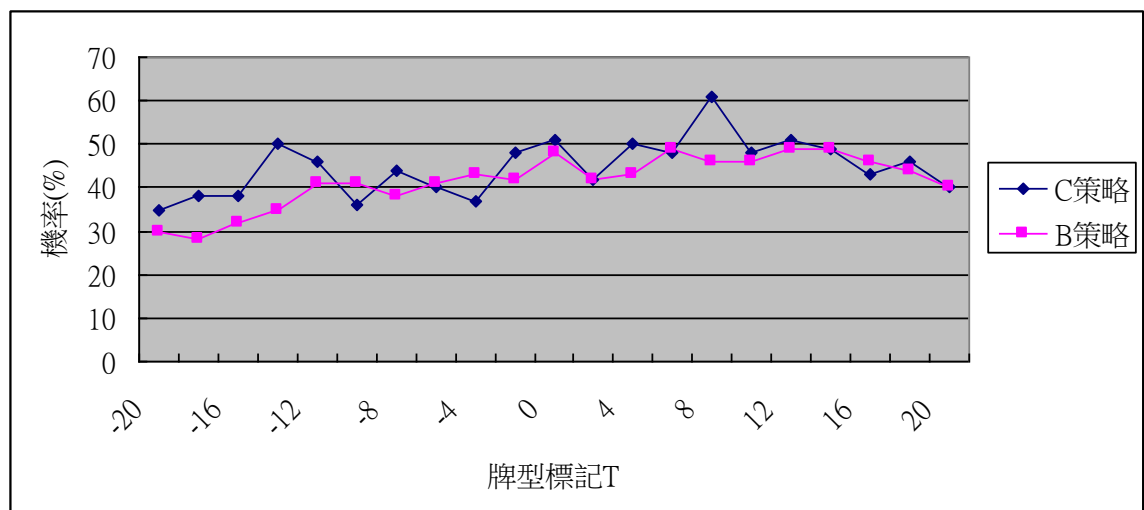
#### (一). B 策略 優於 A 策略的原因

在 A 策略進行中，發現玩家在不補牌的情形下拿到兩張小牌，是極小機會能贏莊家，故為了提升獲勝的機會，考慮至少要補牌至 12 點以上，因為若點數和  $\leq 11$ ，再補一張牌最大和為 21，仍不會爆牌。故 B 策略勝算相對高於 A 策略。



#### (二). C 策略 優於 B 策略的原因

C 策略的補牌點數設定正好站在一個折中的點數，不因點數太小而輸，也不因高風險的補牌位置而爆，顯得是策略中獲勝機率較高的一組。



### (三). D 策略對玩家一定不利，對莊家一定有利

因為玩家使用與莊家一樣的補牌規則，但是玩家先進行補牌，因此玩家會爆的機會一定大於莊家，因此對玩家一定不利，對莊家一定有利。

### (四). E 策略不理想的原因

原認為此策略應可得到最高獲勝率，因當莊家檯面牌點數小於 6 點時，由於有必須補牌規定，所以當莊家補牌時，就算是運氣好拿到 A，那頂多來到 17 點而無法補牌，如果拿到 10，那最大來到 16 點而必須補牌，那爆的機率將非常高，也就是說，當莊家點數低於 6 時，玩家將佔有較大的優勢。而當莊家點數超過 7 點時，這時候莊家拿到 10 的機會也較高，相對的爆的機率也較低，所以這時候玩家就必須拿到較高的點數，以確保自己獲勝的機率。

事實卻不然，再仔細研讀網路資料討論後，發現此策略是應用在 4~6 副的撲克牌賭局中，應是我們操作使用的牌數目不多，才無法得到理想狀況。

## 三、結論

(一)「算牌」真的能掌握牌型提升玩家獲勝機率，當牌型標記  $T=6\sim 12$  時，可使玩家獲得較大獲勝機率。

(二)玩家補牌策略不同，獲勝機率也不同，五種補牌策略中，以 C 補牌策略(玩家要補牌至 14 點以上即停止要牌的情況)最佳，對玩家最有利。

(三)當玩家使用 C 補牌策略，並且當牌型標記  $T=4\sim 14$  時，可使玩家獲得最大獲勝機率。

(四)“有分析的賭博是投資，沒有分析的投資是賭博”

## 柒、參考資料：

一、國中數學課本第六冊 / 翰林出版社

二、我的決勝 21 點：追逐夢想的撲克遊戲旅程 / 唐宏安 / 大雅出版社

三、戴子郎投資學院 <http://teddygotmail.pixnet.net/blog>

四、PLAYLAND 博樂網~黑傑克 21 點致勝手札

<http://www.gamebase.com.tw/forum/60023/topic/85085716/1> PLAYLAND 黑傑克 21 點

五、廿一點·維基百科，自由的百科全書 <http://zh.wikipedia.org/wiki/廿一點>